

# 一种基于模糊划分的边缘检测算法

孙 伟 夏良正 潘 泓

(东南大学自动控制系, 南京 210096)

**摘 要** 基于信息论中最大熵原理, 提出了一种新的基于模糊划分的边缘检测算法, 并介绍了模糊概率和用条件概率与条件熵来定义模糊划分熵的概念以及模糊划分的原理。该算法是利用自然划分以及梯度图像模糊划分的关系, 在条件概率与模糊划分熵的基础上, 通过最大模糊熵原则来实现图像分割中最优阈值的自动提取, 以实现图像的边缘检测。通过不同类型测试图像的边缘检测结果比较表明, 该算法用于边缘检测能获得很好的效果。

**关键词** 边缘检测 模糊熵 图像分割 模糊划分

中图法分类号: TP391.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)01-0018-05

## A New Edge Detection Algorithm Based on Fuzzy Partition

SUN Wei, XIA Liang-zheng, PAN Hong

(Department of Automatic Control Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

**Abstract** Image processing has to deal with much information of an image. Maximum entropy theorem of information theory is one of the useful tools to treat with this kind of information. Based upon the maximum fuzzy partition entropy principle, a novel approach for edge detection is presented. After the concept and the principle of the fuzzy probability and fuzzy partition are introduced briefly, a definition of fuzzy partition entropy is proposed. Using the relation of the probability partition and the fuzzy 2-partition of the image gradient, the algorithm is based on conditional probabilities and fuzzy partition. First, a gradient operator is performed and the gradient image is produced. Second, the problem of edge detection is to find a fuzzy partition of the gradient image, which is considered as being composed of edge region and smooth region, and the automatic optimal threshold is searched from gray-level histogram through maximizing the entropy of fuzzy partition. At last, an edge-enhancing procedure is executed on the edge image. The experiment is conducted on various test images and the results show that the proposed approach has better performances than some classical edge detection methods based on gradient do.

**Keywords** Edge detection, Fuzzy entropy, Image segmentation, Fuzzy partition

## 1 引 言

边缘检测是图像处理和分析中非常重要的过程。由于图像的边缘含有图像中最重要的信息, 如用标记间断点或灰度起伏变化显著点的图像边缘, 可提供目标轮廓的位置信息, 因此边缘检测对于图像分析具有重要作用。到目前为止, 人们已提出了许多经典的边缘检测算法, 如梯度算子、方向算子、拉普拉斯算子等。在图像分析中, 梯度算子经常用于图

像的边缘检测。梯度算子的原理是依据差分理论, 由于图像边缘点梯度的幅值要明显大于其邻域点, 因而梯度的幅度反映了图像的变化。近年来, 模糊集合论已成功用于自动控制、图像处理、模式识别、机器视觉等领域。由于一般认为图像天生具有模糊性, 这由多种因素引起: (1) 三维目标投影为二维图像时有信息损失; (2) 边缘、边界、区域、纹理等的定义存在模糊性; (3) 因为对图像低层处理结果的解释带有模糊性, 所以在图像处理中经常采用模糊数学方法, 如今模糊技术现已广泛用于图像的边缘检

测<sup>[1~5]</sup>。Cheung 等人在模糊均值算法与传统差分滤波器 FOM-DF<sup>[4]</sup>的基础上引入了一类新的差分滤波器 FOM-DF<sup>[4]</sup>,该算法在噪声环境下能有效地工作;Kuo 等人则提出了一种模糊 Sobel 边缘检测算法<sup>[5]</sup>。

金立左等人提出了用条件概率与条件熵来定义模糊划分的熵,并基于最大熵原理设计了一种新的图像区域分割阈值选取算法<sup>[6]</sup>。本文将上述算法推广应用到模糊边缘检测的问题上来,并提出了一种新的基于模糊逻辑的边缘检测算法。本文算法与图像分割阈值选取算法<sup>[6]</sup>存在如下几点不同:(1)本文算法根据所选取的阈值将梯度图像分为边缘区域(Edge Region)与平滑区域(Smooth Region)两部分;(2)为了寻求图像边缘的最佳表示,本文算法主要针对梯度图像进行处理。

本文算法在条件概率与模糊划分熵的基础上,对梯度图像采用最大模糊熵原则来进行边缘提取。通过对不同类型测试图像的边缘检测结果表明,本算法比传统的基于梯度的边缘检测算法能取得更好的检测效果。

## 2 模糊划分的概念及原理

### 2.1 图像的模糊概率描述

设图像  $I$  有  $L$  级灰度,其直方图为  $\hat{h}_k$ ,  $k=0,1,\dots,L-1$ 。 $p$  为各级灰度出现的概率,则  $p_k = p(\{k\}) = \hat{h}_k$ ,模糊集  $\tilde{A} = \sum_{k=0}^{L-1} \frac{\mu_{\tilde{A}}(k)}{k}$  表示图像  $I$  中的某个目标,隶属函数  $\mu_{\tilde{A}}(k)$  表明灰度  $k$  对  $\tilde{A}$  的隶属程度,通过简单计算可得,图像中出现  $\tilde{A}$  的概率  $p(\tilde{A}) = \sum_{k=0}^{L-1} \mu_{\tilde{A}}(k) \hat{h}_k$ ,而图像  $I$  中出现  $\tilde{A}$  时,出现灰度  $k$  的条件概率  $p(\{k\}|\tilde{A}) = \frac{\mu_{\tilde{A}}(k) \hat{h}_k}{p(\tilde{A})}$ 。

### 2.2 模糊划分熵的新定义<sup>[6]</sup>

设  $U = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \subset \mathbf{R}^{(q)}$  ( $q$  维实空间),对  $U = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \subset \mathbf{R}^{(q)}$  的模糊划分就是将其分成  $c$  个满足条件  $\sum_{i=1}^c \mu_{i,k} = 1, \forall X \in U_k$  的模糊子集  $\tilde{C}_k$ ,其中  $\mu_{i,k} = \mu(X_k) \in [0,1]$  为  $\tilde{C}_i$  的隶属函数,  $c \in \mathbf{Z}$ ,  $2 \leq c \leq n$ 。

定义 1 设  $P = \{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_c\}$  是对任意有限集  $U = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \subset \mathbf{R}^{(q)}$  ( $q$  维实空间)的一种模糊划分,  $\tilde{B}$  是概率空间上的模糊事件,则给定  $\tilde{B}$  时,模

糊划分  $P$  的条件熵为

$$\begin{aligned} H(P|\tilde{B}) &= - \sum_{i=1}^c p(\tilde{A}_i|\tilde{B}) \log p(\tilde{A}_i|\tilde{B}) \\ &= - \sum_{i=1}^c \frac{p(\tilde{A}_i\tilde{B})}{p(\tilde{B})} \log \frac{p(\tilde{A}_i\tilde{B})}{p(\tilde{B})} \end{aligned} \quad (1)$$

构造集列  $Q_i = X_i, i=1,2,\dots,n$ ,显然  $V = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$  是对  $U$  的一种模糊划分,称  $V$  为  $U$  的自然模糊划分。

由定义 1 得到,对给定模糊事件  $\tilde{B}$  时,  $U$  的自然模糊划分  $V$  的条件熵为

$$\begin{aligned} H(V|\tilde{B}) &= - \sum_{i=1}^n p(Q_i|\tilde{B}) \log p(Q_i|\tilde{B}) \\ &= - \sum_{i=1}^n \frac{p(Q_i\tilde{B})}{p(\tilde{B})} \log \frac{p(Q_i\tilde{B})}{p(\tilde{B})} \end{aligned} \quad (2)$$

定义 2 设  $P = \{\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_c\}$  是对任意有限集  $U = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \subset \mathbf{R}^{(q)}$  ( $q$  维实空间)的一种模糊划分,  $V = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$  是对  $U$  的自然模糊划分,则模糊划分  $P$  的熵为

$$\begin{aligned} H(P) &= \sum_{i=1}^c H(Q|\tilde{A}_i) \\ &= - \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n \frac{p(Q_j\tilde{A}_i)}{p(\tilde{A}_i)} \log \frac{p(Q_j\tilde{A}_i)}{p(\tilde{A}_i)} \end{aligned} \quad (3)$$

## 3 本文算法

### 3.1 梯度图像的生成

设  $G$  表示图像  $I$  的梯度图像,图像大小为  $M \times N$ ,其在位置  $(x,y)$  处的像素值  $g(x,y)$  为  $g(x,y) = \text{grad}\{i(x,y)\}$

$$= \sqrt{[i(x,y) - i(x-1,y)]^2 + [i(x,y) - i(x,y-1)]^2} \quad (4)$$

其中,  $0 \leq x \leq M-1, 0 \leq y \leq N-1$ 。

### 3.2 梯度图像模糊划分

设梯度图像  $G$  有  $L$  级灰度,其直方图为  $h_k$ ,  $k=0,1,\dots,L-1$ 。 $g(x,y)$  为梯度图像  $G$  中位置  $(x,y)$  处的像素值,图像大小为  $M \times N$ ,构造模糊划分集列  $Q_k = \{g(x,y) | g(x,y) = k, k=0,1,\dots,L-1, 0 \leq x \leq M-1, 0 \leq y \leq N-1\}$ ,那么,很显然  $V = \{Q_0, Q_1, \dots, Q_{L-1}\}$  就是对  $G$  的自然模糊划分。

模糊边缘检测实际上是一个二值阈值分割问题,这里把梯度图像  $G$  分成边缘区域  $\tilde{D}_e$  (下角 e 代表 edge,下同)与平滑区域  $\tilde{D}_s$  (下角 s 代表 Smooth,

下同)两个区域。根据模糊划分熵的定义,问题就是寻找  $P = \{\tilde{D}_e, \tilde{D}_s\}$  的一种模糊划分。它们的概率可以分别用  $p_e$  和  $p_s$  来表示,也即  $p_e = p(\tilde{D}_e)$ ,  $p_s = p(\tilde{D}_s)$ , 其  $\tilde{D}_e$  的隶属函数为  $\mu_e(k; a, b)$ ,  $\tilde{D}_s$  的隶属函数为  $\mu_s(k; a, b)$ , 它们分别表示灰度  $k$  对  $\tilde{D}_e$  和  $\tilde{D}_s$  的隶属程度,其中  $k$  为独立的自由变量,而参数  $(a, b)$  则控制隶属函数的形状。边缘区域  $\tilde{D}_e$  与平滑区域  $\tilde{D}_s$  的隶属函数之和  $\mu_e(k; a, b) + \mu_s(k; a, b) = 1$ ,  $k=0, 1, \dots, L-1, a < b$ , 如图 1 所示。

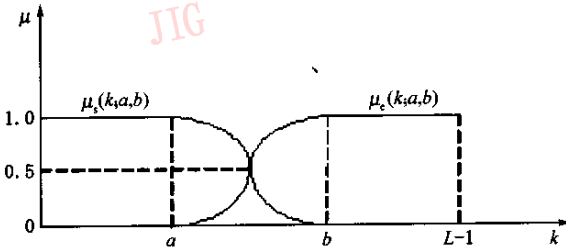


图 1 边缘区域  $\tilde{D}_e$  与平滑区域  $\tilde{D}_s$  的隶属函数

隶属度及隶属函数的确定,无论从理论上还是实践上都是模糊数学及其应用的基本而关键的问题。在图像处理中,隶属函数的确定应取决于应用的具体要求和相应的专家知识。本文算法中则选择常用的函数形式,这里  $\mu_e(k; a, b)$  为 S 型函数,  $\mu_s(k; a, b)$  为 z 型函数。具体的函数形式如下所示:

$$\mu_s(k; a, b) = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq a \\ 1 - 2 \left( \frac{k-a}{b-a} \right)^2 & a \leq k \leq \frac{a+b}{2} \\ 2 \left( \frac{k-b}{b-a} \right)^2 & \frac{a+b}{2} \leq k \leq b \\ 0 & b \leq k \leq L-1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_e(k; a, b) = 1 - \mu_s(k; a, b) \quad (6)$$

实际上,隶属函数  $\mu_e(k; a, b)$  与  $\mu_s(k; a, b)$  表示的是梯度图像  $G$  中的每一个像素被划分到边缘区域  $\tilde{D}_e$  和平滑区域  $\tilde{D}_s$  的条件概率。相应地对灰度  $k$  而言,有以下公式成立

$$\mu_s(k) = p_{s|k} \quad \mu_e(k) = p_{e|k} \quad (7)$$

由定义 1 与式(2)得到给定的边缘区域  $\tilde{D}_e$  时,自然模糊划分  $V$  的条件熵为

$$\begin{aligned} H(V|\tilde{D}_e) &= \sum_{k=0}^{L-1} \frac{p(Q_k \tilde{D}_e)}{p(\tilde{D}_e)} \log \frac{p(Q_k \tilde{D}_e)}{p(\tilde{D}_e)} \\ &= - \sum_{k=0}^{L-1} \frac{\mu_e(k) h_k}{p(\tilde{D}_e)} \log \frac{\mu_e(k) h_k}{p(\tilde{D}_e)} \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$p(\tilde{D}_e) = \sum_{k=0}^{L-1} \mu_e(k) h_k \quad (9)$$

当给定平滑区域  $\tilde{D}_s$  时,自然模糊划分  $V$  的条件熵为

$$\begin{aligned} H(V|\tilde{D}_s) &= - \sum_{k=0}^{L-1} \frac{p(Q_k \tilde{D}_s)}{p(\tilde{D}_s)} \log \frac{p(Q_k \tilde{D}_s)}{p(\tilde{D}_s)} \\ &= - \sum_{k=0}^{L-1} \frac{\mu_s(k) h_k}{p(\tilde{D}_s)} \log \frac{\mu_s(k) h_k}{p(\tilde{D}_s)} \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$p(\tilde{D}_s) = \sum_{k=0}^{L-1} \mu_s(k) h_k \quad (11)$$

由定义 2、式(8)与式(10)得到的模糊划分  $P$  的熵为

$$\begin{aligned} H(P) &= H(V|\tilde{D}_e) + H(V|\tilde{D}_s) \\ &= - \sum_{k=0}^{L-1} \left[ \frac{\mu_e(k) h_k}{p(\tilde{D}_e)} \log \frac{\mu_e(k) h_k}{p(\tilde{D}_e)} + \frac{\mu_s(k) h_k}{p(\tilde{D}_s)} \log \frac{\mu_s(k) h_k}{p(\tilde{D}_s)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

### 3.3 最大模糊熵准则

文献[6]算法的目的是为了寻求最大信息量模糊划分,即在图像空间搜索参数使式(12)取最大值,而在本文边缘检测中,由于是为了通过寻求参数,以得到梯度图像中最佳的边缘曲线表示,因而这里选择最大模糊熵所对应的参数值,即所选择的优化参数  $a_{opt}, b_{opt}$  需满足下式

$$H(a_{opt}, b_{opt}) = \max_{k=0, 1, 2, \dots, L-1} (H(a(k), b(k))) \quad (13)$$

由于式(12)可以看作是模糊划分  $P = \{\tilde{D}_e, \tilde{D}_s\}$  下梯度图像的总信息量度量,因此算法的目的是为了寻求最大信息量模糊划分,而搜索具有最大信息量的模糊划分的过程则属于参数优化问题,可采用穷举法求解,算法如下:

(1) 设图像  $I$  有  $L$  级灰度,然后计算其梯度图像  $G$  以及梯度图像  $G$  的直方图  $h_k, k=0, 1, \dots, L-1$ ;

(2) 确定梯度图像  $G$  的最小灰度级  $k_{min}$  与最大灰度级  $k_{max}$ ;

(3) 用穷举法搜索具有最大熵的模糊划分  $P = \{\tilde{D}_{edge}, \tilde{D}_s\}$ ;

For  $a = k_{min}$  to  $k_{max} - 1$

For  $b = a + 1$  to  $k_{max}$

用式(5)、式(6)计算边缘区域  $\tilde{D}_e$  与平滑区域  $\tilde{D}_s$  的隶属函数;

用式(9)、式(11)计算边缘区域  $\tilde{D}_e$  与平滑区域  $\tilde{D}_s$  出现的概率;

用式(12)计算模糊划分  $P = \{\tilde{D}_e, \tilde{D}_s\}$  的熵  $H$ ;

若  $H \geq H_{max}$ , 则作赋值  $H_{max} = H, a_{opt} = a, b_{opt} = b$ ;

(4) 计算阈值  $T = \left\lfloor \frac{a_{opt} + b_{opt}}{2} \right\rfloor$ 。 ( $\lfloor \cdot \rfloor$  表示取整运算)

### 3.4 边缘检测

设边缘图像为  $E$ , 则其像素值  $e(x, y)$

$$e(x, y) = \begin{cases} 200 & \text{if } g(x, y) \geq T \\ 0 & \text{if } g(x, y) \leq T \end{cases} \quad (14)$$

由于噪声、光照的不均匀等原因,使得边缘图像经常出现假边缘或弱边缘,因此这里采用一种简单有效的方法来消除这些假边缘或弱边缘,可称这种方法为边缘增强。方法简述如下:

① 用  $3 \times 3$  大小的窗口在边缘图像  $E$  上滑动,使窗口的中心与图像中的像素点  $(x, y)$  重合;

② 统计窗口中被划分为边缘点的数目,如果数目大于 4, 则认为是真实边缘, 否则判定为假边缘或弱边缘, 并将这些点划分为平滑区域点。

## 4 实验结果及结论

为了验证本文算法效果,对飞机、狒狒等 4 幅图像进行了边缘检测实验,其边缘检测结果如图 2~5 所示。图 2 为飞机图像,大小为  $212 \times 199$ ,隶属函数参数对  $(a, b) = (5, 157)$ ,边缘检测时,图像阈值为 81;图 3 为狒狒图像,大小为  $202 \times 200$ ,隶属函数参数对  $(a, b) = (6, 164)$ ,边缘检测时,图像阈值为 85;图 4 为 Lena 图像,大小为  $212 \times 208$ ,隶属函数参数对  $(a, b) = (3, 148)$ ,边缘检测时,图像阈值为 75;图 5 为计算机图像,大小为  $204 \times 208$ ,隶属函数参数对  $(a, b) = (3, 127)$ ,边缘检测时,图像阈值为 65。现以



(a) 原始图像



(b) 梯度算子检测结果



(c) 本文算法检测结果

图 2 飞机图像边缘检测



(a) 原始图像



(b) 梯度算子检测结果

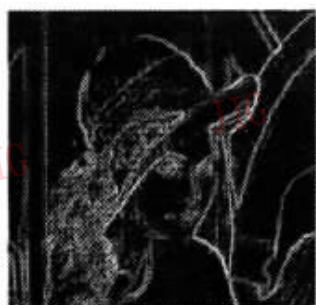


(c) 本文算法检测结果

图 3 狒狒图像边缘检测



(a) 原始图像



(b) 梯度算子检测结果



(c) 本文算法检测结果

图 4 Lena 图像边缘检测



(a) 原始图像



(b) 梯度算子检测结果



(c) 本文算法检测结果

图 5 微机图像边缘检测

图 2 为例说明检测结果,在图 2(a)飞机图像中,天空中飞行着一架战斗机,背景中有云彩和白雪覆盖的山脉,山脉由很多黑白相间的区域组成,在图像的左上角和右上角,云彩有着明显的边缘,战斗机的形状应是图像中最明显的边缘。通过图 2(b)、图 2(c)的比较可以看出,本文算法的边缘检测结果明显优于基于式(4)的梯度算子。

就基于梯度的边缘检测方法而言,如 Prewitt 算子,由于必须首先确定一个固定的梯度阈值,以便将灰度值大于此阈值的像素划分为边缘点,因此,这将会因非优化梯度阈值的选择不当而造成某些有丰富意义的间断点丢失,而本文算法的思想则是在梯度图像的基础上,根据模糊划分最大熵原理来自适应地搜索类似于基于梯度的边缘检测方法中的阈值。由于此阈值将图像划分为如下两个区域:一个由较小的局部梯度值像素组成的平滑区域,另一个则是由较大的局部梯度值像素组成的边缘区域,同时采用一种简单有效的方法来消除由噪声、光照的不均匀等原因造成的假边缘或弱边缘,因此本文算法能取得较好的边缘检测效果。

结合条件概率和模糊最大熵原理,本文提出了一种新的基于模糊逻辑的边缘检测算法。实验结果表明,与传统的方法相比,该算法能取得更好的检测效果。接下来的工作是改进该算法,使之能够检测噪声图像中的边缘。

### 参 考 文 献

1 Bezdek J C, Chandrasekhar R, Attikiouzel Y. A geometric approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1998, 6(1):52~75.

- 2 Ho K H L. FEDGE -fuzzy edge detection by fuzzy categorization and classification of edges [A]. In: International Joint Conference on Artificial Intelligence Workshop[C], Montreal, Canada, 1995:182~196.
- 3 Russo F. FIRE operators for image Processing[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1999, 103(2):265~275.
- 4 Cheung K F, Chan W K. Fuzzy one-mean algorithm for edge detection[A]. IEEE International Conference on Fuzzy Systems [C]. Yokohama, Japan, 1995:2039~2044.
- 5 Kuo Y H, Lee C S, Liu C C. A new fuzzy edge detection method for image enhancement[A]. In: IEEE International Conference on Fuzzy Systems[C]. Barcelona, Spain, 1997:1069~1074.
- 6 金立左,夏良正.模糊划分熵的新定义及其在图象分割中的应用[J]. 红外与毫米波学报, 2000, 19(3):219~223.



孙 伟 1977 年生,1999 年获南通工学院工学学士学位,1999 年至今在东南大学攻读工学博士学位。目前主要的研究方向为多媒体技术、视频处理、模糊逻辑、彩色图像处理。



夏良正 1942 年生,大学本科,现为东南大学自动控制系教授、博士生导师。目前的研究领域为图像处理、计算机视觉、数字视频处理、自动目标识别。

潘 泓 1974 年生,现为东南大学自动控制系博士研究生。目前主要研究方向为多媒体技术、视频处理、模糊逻辑、图像处理。